

Riccatische Differentialgleichung

- a) Zeigen Sie: Ist $f : (a, b) \rightarrow \mathbb{R}$ stetig und $z = z(x)$ eine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung in Normalform $z' = z^2 - f(x)$, so ist $y = y(x)$ genau dann eine von z verschiedene Lösung dieser Differentialgleichung, wenn $u = 1/(y - z)$ der linearen Differentialgleichung $u' + 2zu + 1 = 0$ genügt. Also: Kennt man von einer Riccatischen Differentialgleichung eine spezielle Lösung, dann kann man alle weiteren Lösungen durch elementare Integrationen bestimmen.
- b) Bestimmen Sie auf dem in a) beschriebenen Wege die allgemeine Lösung der Riccatischen Differentialgleichung

$$z' = z^2 - \frac{1}{4}.$$